# Resumen de los procedimientos para cálculo de Cp y Te

## 1) Expresiones de Cp y Te por Diagrama de Proceso:

i) Planteo del Diagrama de Proceso para el algoritmo correspondiente a la función que queremos estudiar, F(x1,…,xn), en donde intervendrán:
   (1) Los "n" errores inherentes de nuestras "n" variables de entrada
   (2) Los "m" errores de redondeo de nuestras "m" operaciones
   (3) Los "2.m" factores de amplificación de las "2.m" ramas del Diagrama, cada uno con su signo correspondiente, ***sin asignarles módulos arbitrariamente.***

ii) Desarrollo de las expresiones de error para cada operación j = 1…m hasta hallar la fórmula l error total $(e_F)$.

iii) Agrupar los términos que aparecen asociados al error inherente de una misma variable, con sus signos tal como provienen de la expresión del error total:

$$e_F \leq \sum_{i=1}^{n}[(\ldots)+\ldots+(\ldots)] * i_{xi} + \sum_{j=1}^{m}[(\ldots)+\ldots+(\ldots)] * \mu_j$$

iv) Una vez agrupados, asumimos que cada error inherente está acotado en módulo por misma cota $(\rho)$ y cada error de redondeo está acotado en módulo por una cota $(\mu)$. Pero como no podemos predecir el signo de cada uno de estos errores, deberíamos evaluar todas las posibles combinaciones de signos.

$$er_F \leq \left(\sum_{i=1}^{n}[(\ldots)+\ldots+(\ldots)] * (\pm 1)\right) * \rho + \left(\sum_{j=1}^{m}[(\ldots)+\ldots+(\ldots)] * (\pm 1)\right) * \mu$$

v) Sin embargo, ahora sí podemos aplicar módulos a cada una de estas expresiones, puesto que de este modo garantizamos siempre el mayor valor de Cp y Te para todas las posibles combinaciones de signos en los términos:

$$er_F \leq \left(\sum_{i=1}^{n}|(\ldots)+\ldots+(\ldots)|\right) * \rho + \left(\sum_{j=1}^{m}|(\ldots)+\ldots+(\ldots)|\right) * \mu$$

Con lo cual, queda:

$$Cp = \sum_{i=1}^{n}|(\ldots)+\ldots+(\ldots)| \neq \left|\sum_{i=1}^{n}[(\ldots)+\ldots+(\ldots)]\right| \neq \sum_{i=1}^{n}[|\ldots|+\ldots+|\ldots|]$$

$$Te = \sum_{j=1}^{m}|(\ldots)+\ldots+(\ldots)| \neq \left|\sum_{j=1}^{m}[(\ldots)+\ldots+(\ldots)]\right| \neq \sum_{j=1}^{mn}[|\ldots|+\ldots+|\ldots|]$$

# Resumen de los procedimientos para cálculo de Cp y Te

2) **Expresión de Cp por Derivadas Parciales:** Al observar la analogía entre la expresión del error inherente total propagado por Diagrama de Proceso, suponiendo despreciables los errores de redondeo:

$$e_F \leq \sum_{i=1}^{n} [(\dots)+\dots+(\dots)] * i_{xi}$$

y la expresión en teórica en Derivadas Parciales obtenida de del planteo por Taylor para varias variables:

$$e_F \leq \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F(x1,\dots,xn)}{\partial xi} * \frac{xi}{F(x1,\dots,xn)} * i_{xi}$$

queda claro nuevamente que al asumir una cota para los errores inherentes (r), nada podremos decir sobre el signo de cada uno de ellos:

$$er_F \leq \left( \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F(x1,\dots,xn)}{\partial xi} * \frac{xi}{F(x1,\dots,xn)} * (\pm 1) \right) * r$$

Nuevamente la peor situación se contempla aplicando módulo a las expresiones que acompañan a cada uno de los errores inherentes. En consecuencia:

$$Cp = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial F(x1,\dots,xn)}{\partial xi} * \frac{xi}{F(x1,\dots,xn)} \right|$$

# Resumen de los procedimientos para cálculo de Cp y Te

**3) Expresiones de Cp y Te por Perturbaciones Experimentales:**

Sabemos que para hallar el Cp de un problema en el que intervienen varias variables se debe introducir una perturbación ($\rho$) de magnitud conocida de a una variable por vez:

$$Cp_i = \frac{F(x1, \dots, xi * (1+\rho), \dots, xn) - F(x1, \dots, xi, \dots, xn)}{F(x1, \dots, xi, \dots, xn) * \rho}$$

Aunque podríamos asignar arbitrariamente el signo de esta perturbación, debemos recordar que al aplicar el algoritmo, ***nunca podremos controlar el signo de los errores inherentes a la entrada***. En consecuencia, ***debemos evaluar los dos signos posibles, y adoptar como Cpi aquél que arroje el mayor valor en módulo***:

$$"Cp_i" = max\begin{bmatrix} \left|\frac{F(x1, \dots, xi * (1+\rho), \dots, xn) - F(x1, \dots, xi, \dots, xn)}{F(x1, \dots, xi, \dots, xn) * (+\rho)}\right| \\ \left|\frac{F(x1, \dots, xi * (1-\rho), \dots, xn) - F(x1, \dots, xi, \dots, xn)}{F(x1, \dots, xi, \dots, xn) * (-\rho)}\right| \end{bmatrix}$$

Puesto que cada Cpi es en este caso un número y no una expresión algebraica, la obtención del Cp es inmediata:

$$Cp = \sum_{i=1}^{n} max\begin{bmatrix} \left|\frac{F(x1, \dots, xi * (1+\rho), \dots, xn) - F(x1, \dots, xi, \dots, xn)}{F(x1, \dots, xi, \dots, xn) * (+\rho)}\right| \\ \left|\frac{F(x1, \dots, xi * (1-\rho), \dots, xn) - F(x1, \dots, xi, \dots, xn)}{F(x1, \dots, xi, \dots, xn) * (-\rho)}\right| \end{bmatrix}$$

En cuanto a la estimación de Te mediante este método, bastará simplemente con aplicar la expresión que exige la utilización de dos sistemas de representación con distinta cantidad de dígitos significativos (t y p; t > p):

$$Te = \frac{Fp(x1, \dots, xn) - Ft(x1, \dots, xn)}{Ft(x1, \dots, xn) * (\mu p - \mu t)}$$

Donde las cotas del error de redondeo serán, para redondeo:

$$\mu t = 0.5 * 10^{1-t} \quad \mu p = 0.5 * 10^{1-p}$$

Y para corte:

$$\mu t = 10^{1-t} \quad \mu p = 10^{1-p}$$